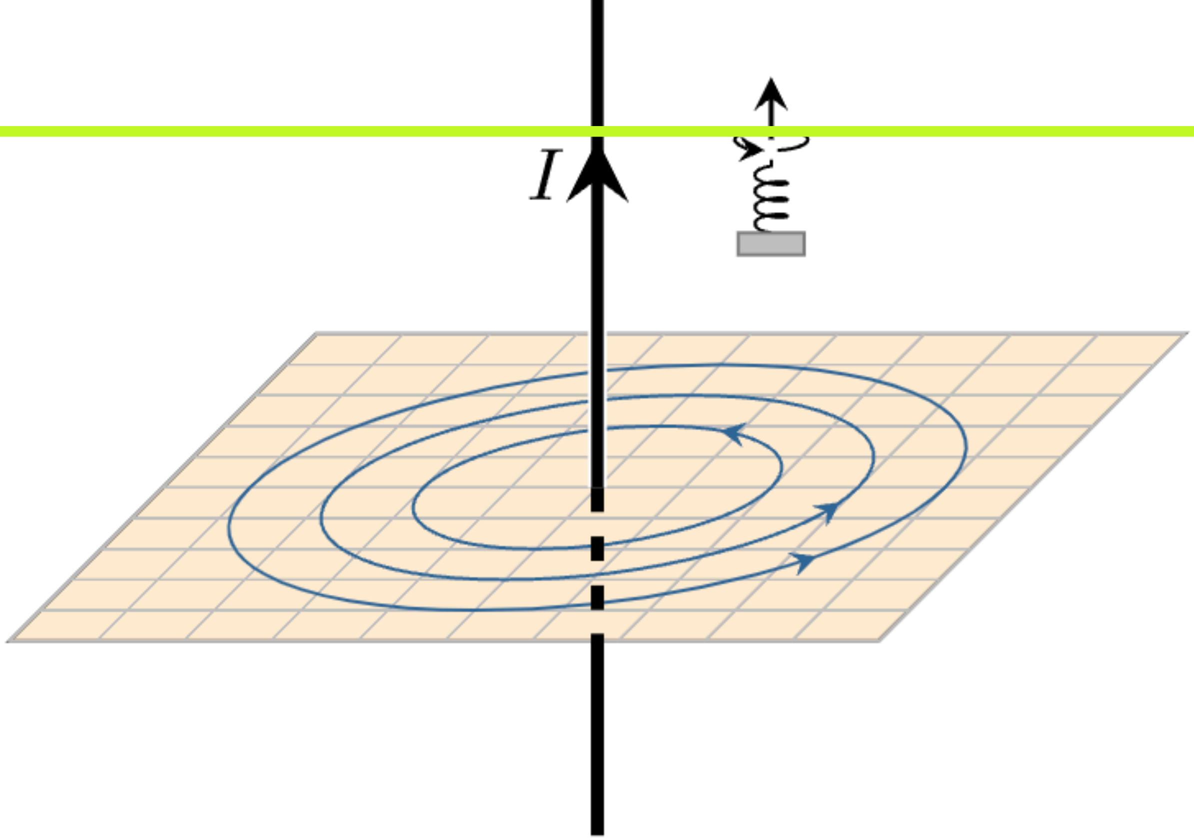
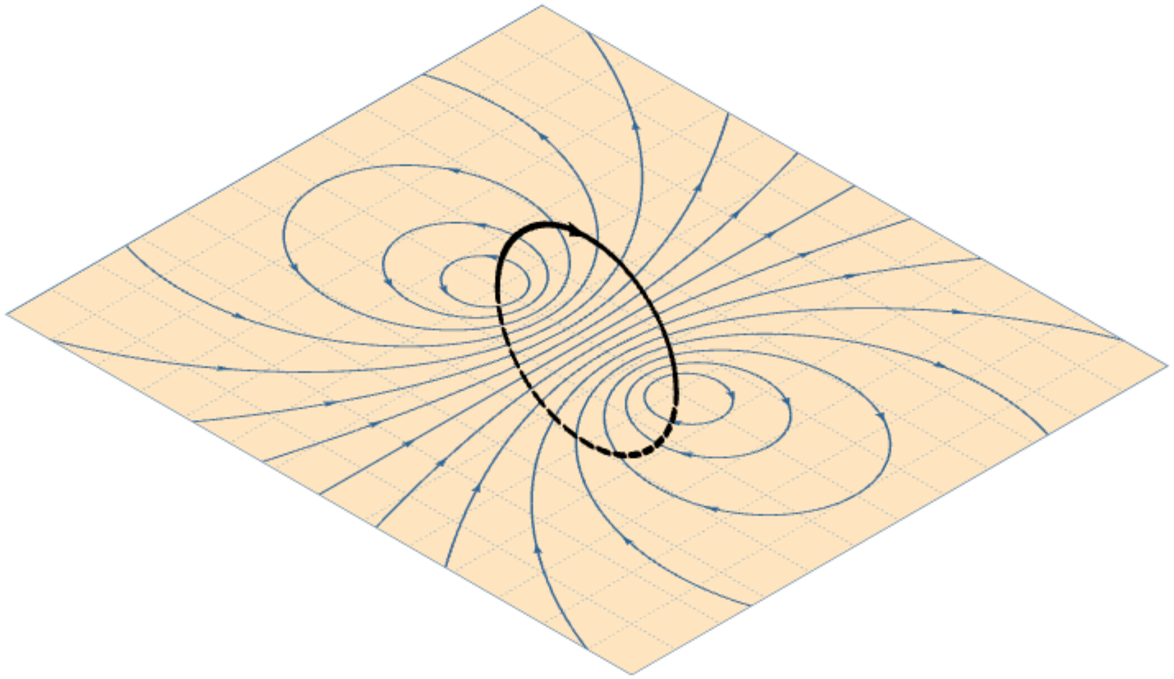
Electromagnétisme, chapitre 2

Magnétostatique

CPES 1 - S. FRANCO



EX 1 *Champ magnétique créé par un fil infini.*



EX 2 *Champ magnétique créé par une spire circulaire.*

Le champ magnétique
Propriétés

- Champ vectoriel, noté $\overrightarrow{B}$
- Généré par des courants électriques (déplacement de particules chargées).
- Lignes de champ toujours fermées (forment des boucles) : partant d'un pôle positif à un pôle négatif.
- Responsables des propriétés des aimants.

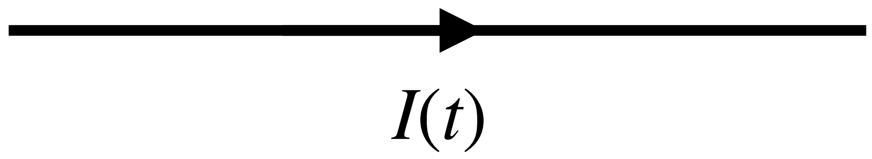
Distributions de courants

- **Courant : charge qui traverse un point par unité de temps.**
  $\boxed{I(t) = \frac{dq}{dt}(t)\text{, en ampères (A)}}$

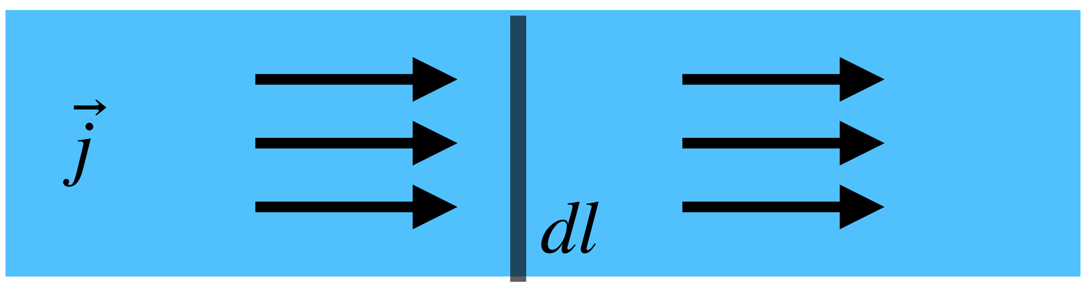
- **Sur une surface**, la charge traverse une ligne. À travers une petite ligne de longueur dl :
  $dI = \vec{j} \cdot \overrightarrow{dl}$, donc à travers une ligne complète :
  $\boxed{I(t) = \int_L \vec{j} \cdot \overrightarrow{dl}}$

- **Sur un volume ,** la charge traverse une surface :
  $\boxed{I(t) = \iint_S \vec{j} \cdot \overrightarrow{dS}}$

Distribution linéique

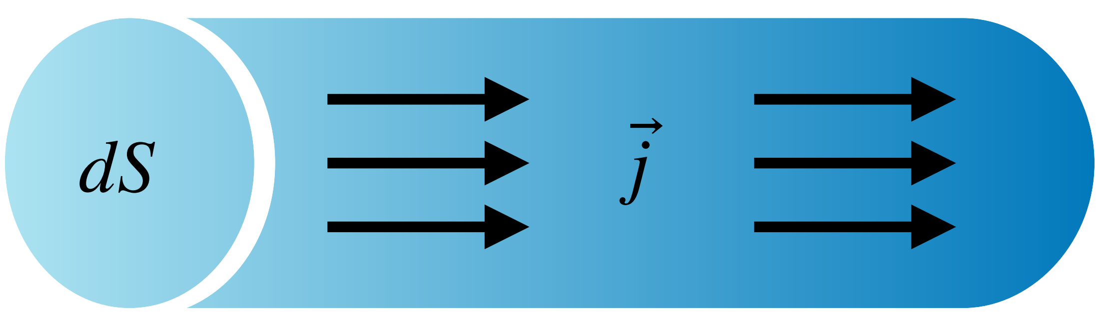


Distribution surfacique



$\vec{j}$ Densité surfacique de courant ($A.m^{-1}$)

Distribution volumique



$\vec{j}$ Densité volumique de courant ($A.m^{-2}$)

Exercice 1

1. Un cylindre plein, de surface $S = 6\ \mathrm{mm}^2$ est parcouru par une densité volumique de courant $\vec{j} = j_0 \vec{u}_z$ dans le sens de son axe. **Déterminer** j_0 sachant que le courant total qui traverse le cylindre est de 6 ampères.

2. Une nappe de câbles à l'intérieur d'un ordinateur, supposée plane, est parcourue par un courant de densité surfacique $\vec{j} = j_1 \vec{u}_x$ dans le sens de sa longueur, avec . Sa largeur est de 1 cm, la densité surfacique de courant est de 0,01 A.mm-1. **Calculer le courant traversant la nappe.**

Symétries et invariances

- Les symétries sont opposées à celles de $\overrightarrow{E}$.
- S'il existe un plan Π de symétrie des courants, alors si M appartient à ce plan, $\overrightarrow{B}(M)$ est orthogonal à ce plan.
- S'il existe un plan Π^* d'antisymétrie des courants, alors si M appartient à ce plan, $\overrightarrow{B}(M)$ est inclus dans ce plan.
- Les invariances de la distribution de courant opèrent de façon similaire à celles des distributions de charge pour $\overrightarrow{E}$.

Exercice 2

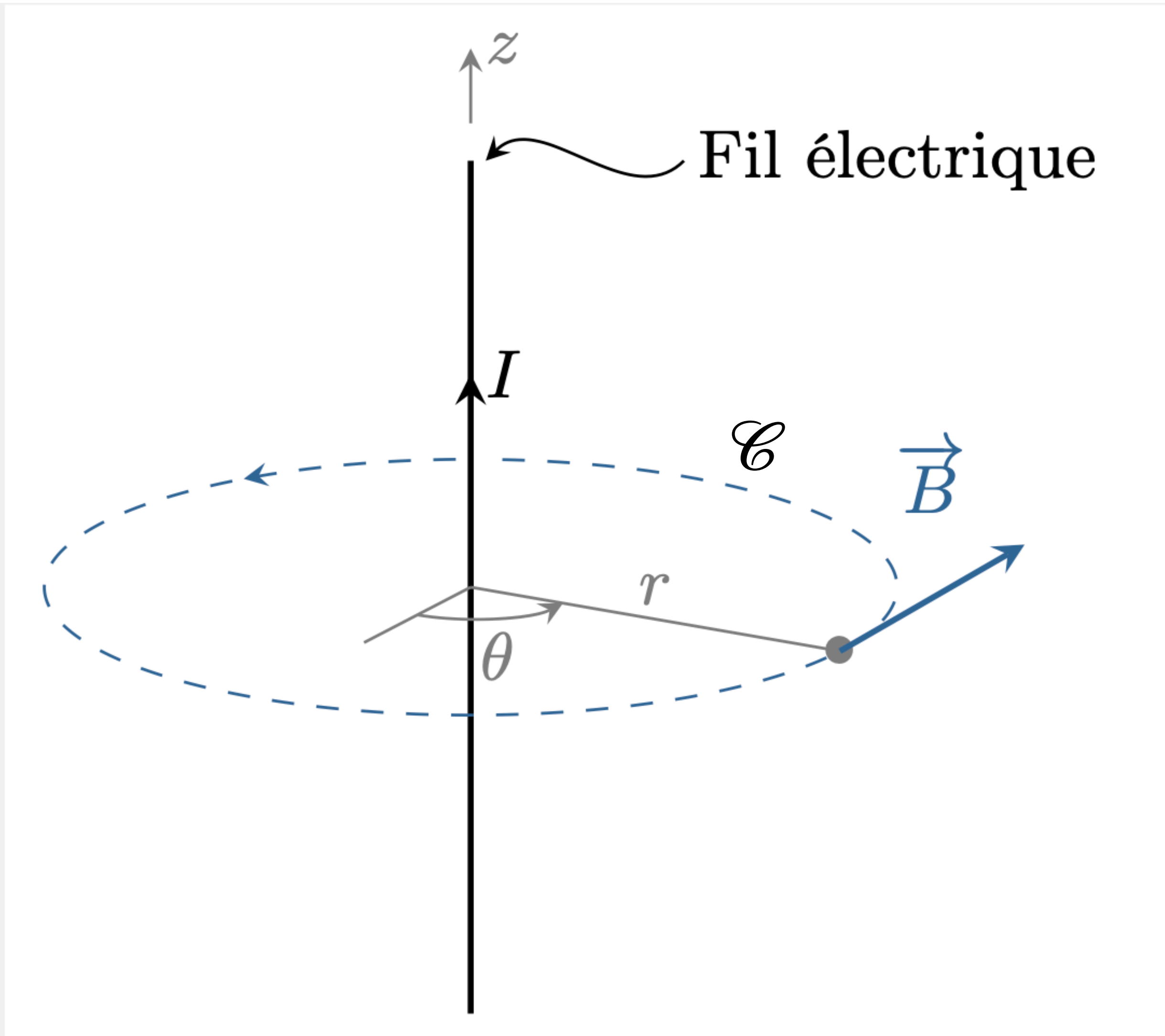
On étudie un câble infini traversé par un courant I constant. Soit un point M situé à l'extérieur du câble.

1. Quel système de coordonnées sera le plus adapté ?
2. Le plan orthogonal au fil et contenant M est-il plan de symétrie ou d'antisymétrie de la distribution de courants ? Même question pour le plan contenant le fil et le point m.
3. En déduire la direction du champ $\overrightarrow{B}(M)$
4. Etudier les invariances de la distribution. Montrer que $\overrightarrow{B}(M) = B(r)\vec{u}$

Théorème d'Ampère

- On choisit une **courbe fermée orientée** appelée **contour d'Ampère**, qui passe par le point M étudié, idéalement colinéaire ou orthogonale à $\overrightarrow{B}$ sur chacune de ses parties, et telle que le champ ne varie pas en norme (*généralement un cercle ou un rectangle bien choisis*).
- **Théorème d'Ampère :** $\oint_{\mathscr{C}} \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{enl}$
- $\mathscr{C}$ est le contour fermé, I_{enl} est le courant « enlacé » par le contour, μ_0 est la perméabilité diamagnétique du vide ($4\pi \cdot 10^{-7}$ SI).
- I est compté positivement quand **il respecte la règle de la main droite.**
- **Le terme de gauche est appelé « circulation de B le long du contour ».**

Application
Fil infini



- On a vu précédemment $\overrightarrow{B}(M) = B(r)\vec{u}_\theta$ en coordonnées cylindriques.

- Contour : cercle centré sur le fil, orthogonal à ce dernier, et passant par M. Orienté par la règle de la main droite.
$$\oint_{\mathscr{C}} \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dl} = B(r) \oint dl = B \cdot 2\pi r$$

- D'où : $B(r) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Exercice 3

On considère un cylindre infini, de rayon R_0, de densité volumique de courant $\vec{j} = j\vec{u}_z$ parallèle à l'axe du cylindre. On cherche à calculer le champ magnétique à l'intérieur du cylindre.

1. Quel contour d'Ampère choisir ? Comment l'orienter ? Faire un schéma.

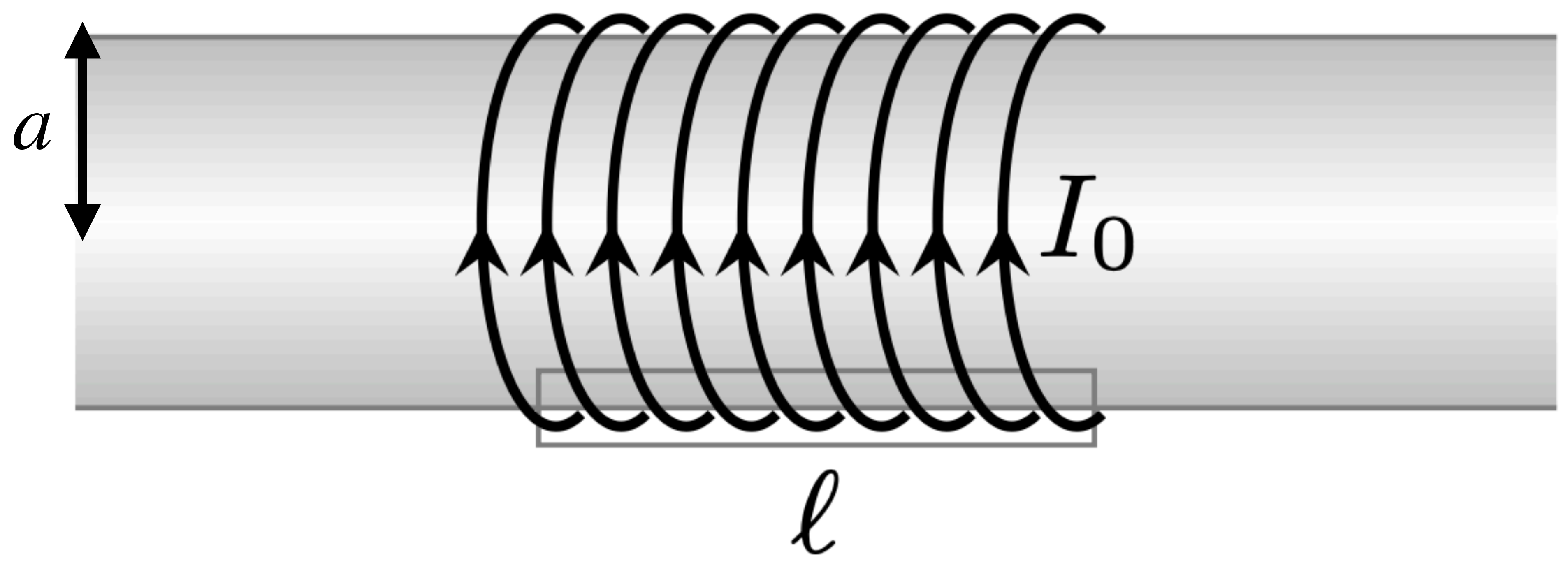
2. Etudier les symétries et les invariances de la distribution de courant.

3. Déterminer la valeur du courant enlacé par le contour (qui dépend de r).

4. En déduire : $\overrightarrow{B}(M) = \dfrac{\mu_0 j r}{2}\vec{e}_\theta$

Exercice 4

On considère un solénoïde infini, succession de boucles de courants centrées sur un même axe. On compte n boucles par unité de longueur, toutes parcourues par un même courant d'intensité I_0. Le rayon du solénoïde est a.



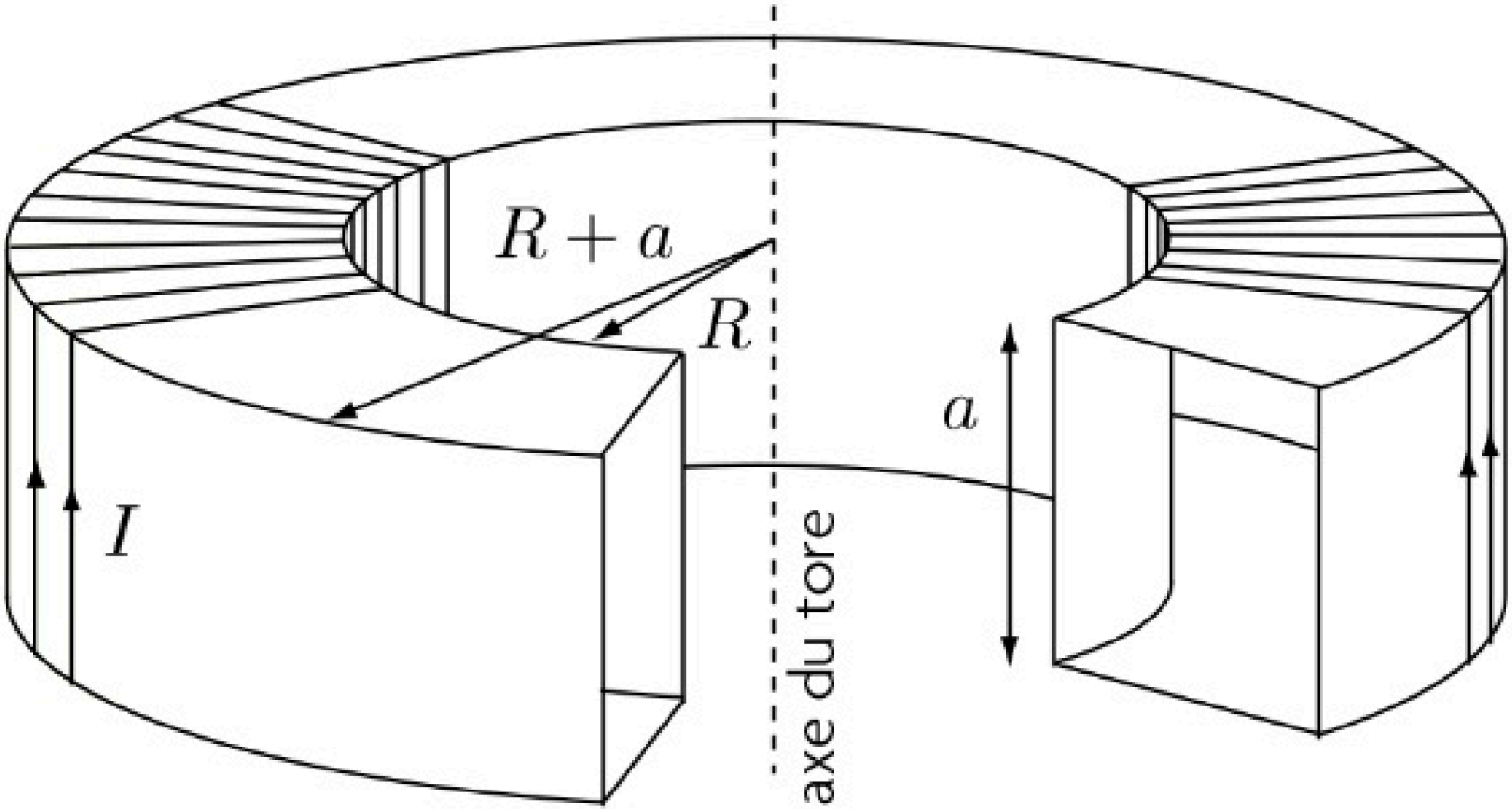
Exercice 4

1. Etudier les symétries et les invariances de la distribution.

2. On choisit comme contour d'Ampère un carré de côté L quelconque, dont deux côtés sont parallèles à l'axe du solénoïde, un à l'intérieur et l'autre à l'extérieur. En admettant que le champ magnétique soit nul à l'extérieur du solénoïde, calculer la circulation de $\overrightarrow{B}$ le long de ce contour.

3. Calculer la valeur du courant enlacé par le contour. En déduire : $\overrightarrow{B}(M) = \mu_0 n I \vec{e}_z$

Exercice 5



Exercice 6

- On considère une nappe de courant plane (xOy), de densité surfacique de courant $\vec{j} = j_S \vec{u}_x$. On cherche à calculer le champ magnétique en dehors de la nappe. On considère un point M situé dans le demi-espace z>0.

- Etudier les symétries et les invariances de la distribution. Montrer que $\overrightarrow{B} = B(z)\vec{u}_y$.

- On choisit un rectangle s'appuyant sur M, de largeur a quelconque, contenu dans le plan (yMz), et symétriquement disposé autour de la nappe. Montrer que la circulation du champ le long de ce contour vaut $2aB(z)$.

- En déduire alors : $\overrightarrow{B}(M) = -\dfrac{\mu_0 j_s}{2}\vec{u}_y$