DS de physique n°3

Durée : 1h30

* L'usage de la calculatrice est autorisé, l'usage de documents autres que ceux du présent devoir est interdit.
* Le sujet comporte 2 pages numérotées. Le devoir se compose de 2 exercices indépendants.
* Vous veillerez à lire **l'intégralité** de l'énoncé avant de commencer la rédaction du devoir.
* Vous soignerez votre rédaction et votre présentation : en particulier, vous prendrez soin de **mettre en évidence vos résultats** et de paginer vos copies. Pensez à écrire vos nom et prénom sur chaque copie.
* **Une pénalité de 10% de la note finale sera appliquée sur toute copie dont les réponses seront insuffisamment rédigées ou mal présentées.**
* Tout commentaire physique pertinent est bienvenu et sera valorisé. Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous le signalerez dans votre copie et expliquerez les mesures que vous avez été amené à prendre.

Exercice 1 : Champ magnétique créé par un câble électrique

On étudie dans cet exercice le champ magnétique créé par un câble parcouru par un courant I_0. On cherche à déterminer le champ $\vec{B}$ en un point M situé à l'extérieur du câble. On se place dans un système de coordonnées cylindriques. L'axe Oz est choisi comme étant l'axe du câble, l'origine O étant située sur le câble en question. Le courant I_0 est orienté dans le sens des z croissants.

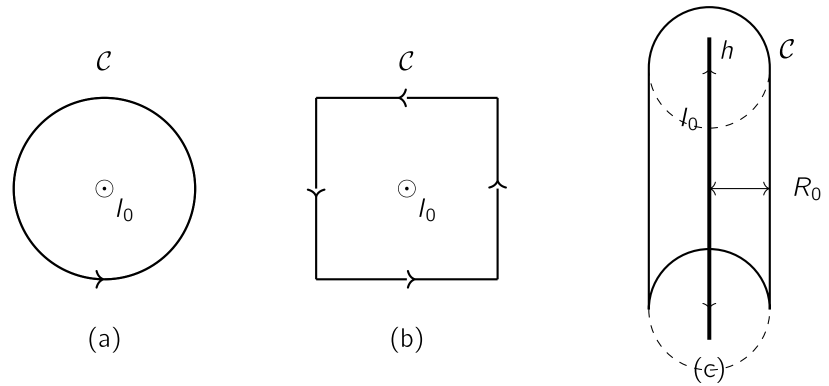
(Q.1.1) Etudier les symétries du système et montrer que le champ $\vec{B}$ est dirigé suivant $\vec{u}_\theta$.

(Q.1.2) Par étude des invariances du système, montrer que le champ $\vec{B}$ ne dépend que de la distance entre le point M étudié et le fil.

(Q.1.3) Représenter schématiquement quelques lignes de champ, le fil étant vu du dessus. On orientera les lignes de champ en suivant la règle de la main droite.

(Q.1.4) Rappeler le théorème d'Ampère : expliquer chaque terme, et les caractéristiques du contour dit d'Ampère.

(Q.1.5) Parmi les trois contours d'Ampère suivants, lequel correspond aux symétries du problème ?



(Q.1.6) Ecrire puis simplifier le théorème d'Ampère en utilisant le résultat de la question précédente. En déduire l'expression du champ recherché.

On va maintenant comme à l'accoutumée modéliser en volume le câble, et le représenter désormais comme un cylindre de hauteur infini et de rayon R_0, parcouru par une densité de courant volumique $\vec{j_s} = j_s \vec{u}_z$.

(Q.1.7) Donner l'expression de $\vec{j_s}$, densité volumique du courant, en fonction de I_0 et de R_0. Le courant total parcourant le câble est encore I_0, et la densité de courant est supposée uniforme.

(Q.1.8) Expliquer pourquoi le champ à l'extérieur du câble s'exprime de la même façon dans les deux modèles. Donner son expression en fonction de $\vec{j_s}$ et R_0.

(Q.1.9) Déterminer l'expression du champ magnétique en un point $M(r)$ situé à l'intérieur du câble par application du théorème d'Ampère.

(Q.1.10) Vérifier qu'en $r = R_0$ le champ magnétique est continu.

Exercice 2 : Etude de quelques bobines

Il existe aujourd'hui différents moyens de transmission de puissance électrique sans fil. Dans cet exercice nous nous intéressons au couplage inductif non résonant en champ proche, où l'énergie est transmise par l'intermédiaire du champ magnétique entre une bobine primaire, et une bobine secondaire plate.

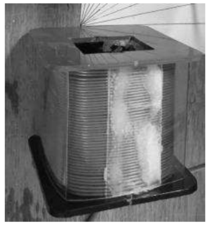


Figure 1 – Photographies de la bobine primaire (gauche) et d'une bobine plate (droite)

Considérons tout d'abord le cas d'un solénoïde de longueur ℓ et d'axe de révolution Oz, comportant N spires circulaires jointives de rayon a, et parcourues par un courant d'intensité i.

On suppose dans la suite le solénoïde «infini» et on cherche à exprimer le champ magnétique $\vec{B}$(M) en tout point M de l'espace, repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z). On admet que le champ magnétique est identiquement nul à l'extérieur du solénoïde.

(Q.2.1) Sous quelle(s) condition(s) l'approximation d'un solénoïde «infini» vous semble-t-elle légitime ?

(Q.2.2) Exprimer le nombre de spires par unité de longueur, n, en fonction des données de l'énoncé.

(Q.2.3) En invoquant des arguments de symétrie et d'invariance de la distribution de courants, déterminer la direction du champ $\vec{B}$(M), ainsi que la (ou les) coordonnée(s) dont dépend(ent) son module.

(Q.2.4) En choisissant comme contour d'Ampère un carré dont deux des côtés sont alignés avec l'axe du solénoïde, l'un étant situé à l'extérieur du solénoïde, et l'autre à l'intérieur à une distance r de l'axe, déterminer le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde en fonction de n et i. Le contour sera supposé orienté en utilisant la règle de la droite, de telle sorte que le courant enlacé par lui soit compté positivement.

Intéressons-nous à présent au cas d'une bobine «plate», constituée (pour simplifier) de N spires circulaires identiques, d'axe de révolution Oz et de rayon a, **toutes** supposées placées dans le plan $z = 0$ et parcourues par un courant d'intensité i. On considère un point M **situé exactement sur l'axe** Oz, de cote $z > 0$.

(Q.2.5) Préciser, en justifiant votre réponse, la direction du champ magnétique $\vec{B}$(M) au point M .

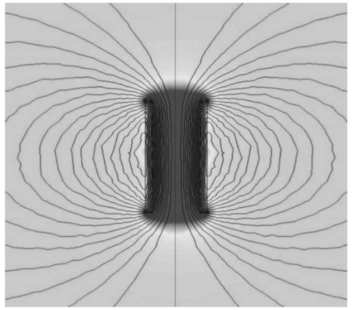
(Q.2.6) Que dire du plan d'équation $z = 0$ d'un point de vue des courants ? Qu'en déduire d'un point de vue du champ magnétique ? En déduire une relation simple entre $B_z(-z)$ et $B_z(z)$.

On donne l'expression du champ magnétique créé par la bobine «plate» au point M :

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 N i a^2}{2\left(z^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

(Q.2.7) Représenter l'allure de la fonction $B_z(z)$. Exprimer le champ magnétique maximal $B_{z,\max}$, et déterminer à quelle distance $z_{1/2}$ de la spire le champ magnétique vaut $B_{z,\max}/2$, en fonction de a.

On donne sur la figure suivante les cartes de champ du solénoïde et de la bobine «plate », simulées à l'aide du logiciel FEMM (Finite Element Method Magnetics).



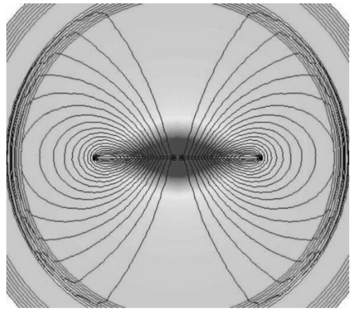


Figure 2 – Cartes de champ du solénoïde (à gauche) et de la bobine « plate » (à droite).

(Q.2.8) Sur la carte de champ du solénoïde, on remarque que les lignes de champ se resserrent au sein du solénoïde et qu'elles y sont approximativement parallèles. Que peut-on déduire de ces observations topologiques ?